

多频连续波雷达二次差频测距法的改进

张昆帆¹, 程 翥², 皇甫堪²

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450002; 2. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 在一定的信噪比下, 二次差频测距法只有增加频点数才能增大测距范围或提高测距精度. 本文从二次差频测距的基本原理出发详细推导了二次差频法正确测距对输出信噪比的要求, 给出了测距精度与输出信噪比之间的关系, 然后提出了一种新的差频测距算法——频差组合法, 在相同的信噪比和频点数不增加的情况下, 提高了测距性能. 最后通过仿真, 验证了该算法的有效性.

关键词: 多频测距; 二次差频; 信噪比; 频差组合

中图分类号: TN958 94 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2006)06-1012-04

Improvement of Quadric Difference Frequency Base on Multiple Frequencies CW Ranging Radar

ZHANG Kun-fan¹, CHENG Zhu², HUANGFU Kan²

(1. College of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China;

2. College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Quadric difference frequency needs more frequencies to range longer distance or to range more precisely under fixed SNR. The requirements of SNR to range correctly and the relationship between SNR and precision have been deduced in detail. Then a new method – combination frequency difference is proposed, which improves the performance of ranging under the same number of frequencies and the same condition. Finally simulated results verify the validity of the method.

Key words: multiple frequencies ranging; quadric difference; signal noise ratio; combination frequency difference

1 引言

比相测距是连续波雷达测距的基本原理^[1], 因为是在频域内进行, 需要进行FFT变换, 而FFT变换可以看作是一种相关运算或滤波运算, 对于N点信号的FFT, 其输出信噪比比输入信噪比提升约 $10\log N$ dB, 所以对于输入信噪比为负值的信号, 比相测距仍可以获得较好的测距性能. 但是由于相位模 2π , 所以简单的比相测距算法存在着最大测距不模糊距离和测距精度之间不可调和的矛盾. 要在保证测距精度的同时提高最大测距不模糊距离, 可以采用多频连续波雷达, 这是一种非调制的连续波雷达. 它的基本原理很早就为人们所知, 而且很早就用于大地勘测和导弹制导中的精确测距^[2]. 多频连续雷达的测距方法主要有两种: 多频参差法和二次差频法. 前者虽然可以在保证测距精度的同时, 通过对频率的选取增大最大测距不模糊距离^[3,4], 但是由于要求所选频率满足严格的数学关系^[5],

而且该方法对信噪比要求较高, 所以多频参差法目前只停留在理论阶段. 二次差频法不仅提高了最大测距不模糊距离和测距精度, 而且实现起来也比多频参差法简单.

但在一定的信噪比下, 二次差频法为了增大测距范围或测距精度必须增加发射频点^[6], 这使得发射和接收机的设计变的比较复杂. 本文从二次差频法的基本原理出发详细推导了精确测距所需的最小输出信噪比. 然后在此基础上提出了一种新的方法——频差组合法. 在相同的输入信噪比和频点不增加的情况下, 改善了测距性能, 尤其是低信噪比下的测距效果, 最后通过仿真验证了该算法的有效性.

2 二次差频测距原理

二次差频法测距的基本原理是通过许多不同的二次频差来解决最大测距不模糊距离和测距精度这对矛盾的. 它是用小的二次频差得到大的测距不模糊距离, 用大的二

次频差来提高测距精度. 其具体的测距方法可以参考图 1.

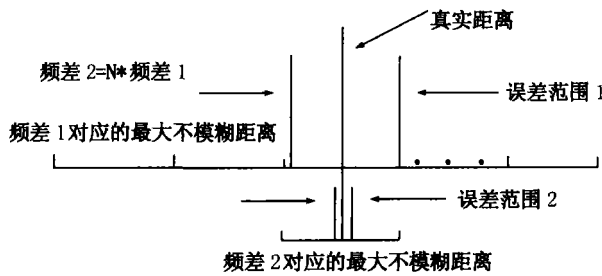


图 1 不同频差下的测距误差范围

在这里为了介绍方便, 令频差 1 = $(\Delta f_n - \Delta f_{n+1}) = \Delta f_{n,n+1}$, 频差 2 = $(\Delta f_{n-1} - \Delta f_n) = \Delta f_{n-1,n}$, 且 $\Delta f_{n-1,n} = N \cdot \Delta f_{n,n+1}$. 其中 Δf_n 为两路发射频率的频差(一次频差), 下标 n 为其所对应的测量周期, N 为二次频差倍数. 设 $\Delta f_{n-1,n}$ 对应的最大不模糊距离为 R_{amb}^{n-1} , 最大测距误差为 R_{er}^{n-1} . 则 $\Delta f_{n,n+1}$ 对应的最大不模糊距离应为 NR_{amb}^{n-1} , 最大测距误差为 NR_{er}^{n-1} . 假设目标的真实距离在 $\Delta f_{n,n+1}$ 所对应的最大不模糊距离之内, 则其距离可以表示为:

$$S = m \cdot R_{amb}^{n-1} + r, \quad m \in [0, N-1], r \in [0, R_{amb}^{n-1}] \quad (1)$$

其中 m 为模糊数, 所以由频差 $\Delta f_{n,n+1}$ 所计算出来的距离 R_1 是不模糊距离, 其值范围为:

$$R_1 \in [m \cdot R_{amb}^{n-1} + r - NR_{er}^{n-1}, m \cdot R_{amb}^{n-1} + r + NR_{er}^{n-1}] \quad (2)$$

而由 $\Delta f_{n-1,n}$ 计算出来的距离 R_2 为模糊距离, 其值范围为:

$$R_2 \in [r - R_{er}^{n-1}, r + R_{er}^{n-1}] \quad (3)$$

为了能够正确解出模糊数 m , 将距离 R_1 减去距离 R_2 , 则两距离之差满足:

$$(R_1 - R_2) \in [m \cdot R_{amb}^{n-1} - (N+1)R_{er}^{n-1}, m \cdot R_{amb}^{n-1} + (N-1)R_{er}^{n-1}] \quad (4)$$

如果有

$$(N+1)R_{er}^{n-1} < \frac{1}{2}R_{amb}^{n-1} \quad \text{即} \quad R_{er}^{n-1} < \frac{1}{2 \cdot (N+1)}R_{amb}^{n-1} \quad (5)$$

则可以通过 $(R_1 - R_2)$ 对 R_{amb}^{n-1} 四舍五入正确求解出距离模糊数 m . 求解出距离模糊数 m 后, 所得到的目标距离范围即为: $R_{目标} \in [m \cdot R_{amb}^{n-1} + r - R_{er}^{n-1}, m \cdot R_{amb}^{n-1} + r + R_{er}^{n-1}]$, 可以看出通过第二次差频测距, 目标的测距精度变高了, 测距误差由 NR_{er}^{n-1} 变为了 R_{er}^{n-1} . 这就是二次差频测距的基本理论.

3 信噪比对二次差频法的影响

在有噪声干扰的情况下, FFT 变换后的信号可以用幅度 V_s 的矢量来表示, 而噪声可以用幅度为 V_n 的矢量来表示. 这两个矢量合成的矢量与信号矢量的夹角也即表示了噪声情况下相位的误差. 如图 2 所示, 其中 θ 为噪声的相位角, $\delta\varphi$ 为相位误差角.

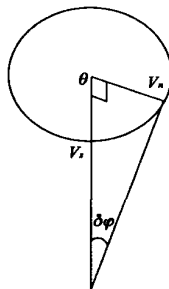


图 2 噪声示意图

由图 2 可以导出单次 FFT 变换后相位误差满足如下关系:

$$\delta\varphi = \arctg \left[\frac{V_n \cdot \sin \theta}{V_s - V_n \cdot \cos \theta} \right] \quad (6)$$

由于噪声的随机相位 θ 是均匀分布的, 所以其概率密度函数为: $P(\theta) = \frac{1}{2\pi}$.

当 $V_s \gg V_n$ 时, 可以近似认为 $\delta\varphi = \frac{V_n \cdot \sin \theta}{V_s}$

则由式(6)可以得到:

$$\sigma_{\delta\varphi}^2 = E((\delta\varphi)^2) - E^2(\delta\varphi) = E \left[\frac{V_n^2 \cdot \sin^2 \theta}{V_s^2} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_n^2}{V_s^2} \quad (7)$$

对于式(5)来说, 因为:

$$R_{er}^{n-1} = \frac{\Delta\varphi}{4\pi} \cdot \frac{c}{(\Delta f_{n-1} - \Delta f_n)} \quad (8)$$

$$R_{amb}^{n-1} = \frac{2p}{4\pi} \cdot \frac{c}{(\Delta f_{n-1} - \Delta f_n)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{(\Delta f_{n-1} - \Delta f_n)} \quad (9)$$

综合式(5)、(8)、(9)可以得到:

$$\Delta\varphi < \frac{1}{(N+1)} \cdot p \quad (10)$$

其中 $\Delta\varphi$ 为二次相差的误差. 因为单次 FFT 变换后的相位误差服从均值为 0, 方差为 $\sigma_{\delta\varphi}^2$ 的分布, 所以 $\Delta\varphi$ 应该服从均值为 0, 方差为 $4\sigma_{\delta\varphi}^2$ 的分布. 其方差的均方根为 $\sigma = 2 \cdot \sigma_{\delta\varphi}$, 要使精确测距的概率达到 99.99%, 根据式(10), 有:

$$\Delta\varphi = 4\sigma = 8 \cdot \sigma_{\delta\varphi} < \frac{1}{(N+1)} \cdot p \Rightarrow \sigma_{\delta\varphi} < \frac{1}{8 \cdot (N+1)} \cdot p \quad (11)$$

综合式(7)和式(11)有: $\frac{1}{2} \cdot \frac{V_n^2}{V_s^2} < \frac{p^2}{8^2 \cdot (N+1)^2}$, 所以要正确解算出距离所要求的输出信噪比为:

$$SNR_{out} > \frac{32 \cdot (N+1)^2}{p^2} \quad (12)$$

其中 SNR_{out} 为输出信噪比, 即 FFT 变换之后的信号与噪声功率比. 下面分析测距误差与信噪比的关系. $\Delta r = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot R_{amb\ min}^{n-1}$, 其中 $R_{amb\ min}^{n-1}$ 为最小的最大测距不模糊距离. 式(6)对 θ 求导, 得:

$$\Delta\varphi_{max} = \arctg \left[\frac{V_n}{\sqrt{V_s^2 - V_n^2}} \right] \quad (13)$$

当 $V_s \gg V_n$ 时, 信噪比与测距误差之间的关系可以表示为:

$$\Delta r_{max} = \frac{R_{amb\ min}^{n-1}}{2p \sqrt{SNR_{out} - 1}} \quad (14)$$

综合上面的讨论可以看出, 为了减小多频的个数同时保证测距性能, 只有增大频差倍数 N , 但是为了正确测距, 增大 N 对 FFT 输出信噪比要求将很高.

4 频差组合法测距

由前面的推导可以知道, 解决测距范围和测距精度这对矛盾的方法是拉大二次频差的间距. 但在输入信噪比一定的情况下, 二次频差倍数 N 也就确定了. 此时若要增大二次频差的间距只有增加频点数, 但这会使发射机和接收

机的设计变的更加复杂. 如果将二次差频的思想推广, 希望通过多次差频来得到更大的频差间距. 但可惜的是每次差频都会使相位噪声的方差翻倍, 所以多次差频对信噪比要求将更高, 但在信噪比很高的情况下可以直接通过增加频差倍数 N 来提高测距性能, 而不用多次差频这么麻烦.

表 1 二次差频法频率选取方法

F_0 路	f_0	f_0	f_0	...	f_0
F_i 路	f_1	f_2	f_3	...	f_m
一次频差	Δf_1	$\Delta f_2 = \Delta f_1 + \Delta f$	$\Delta f_3 = \Delta f_2 + N\Delta f$...	$\Delta f_m = \Delta f_{m-1} + N(m-2)\Delta f$
二次频差		Δf	$N\Delta f$...	$N(m-2)\Delta f$

文献 [6] 中给出了二次差频法频率选取的基本准则, 如表 1 所示. 其中 Δf 由最大测距不模糊距离来决定, N 由信噪比决定. 且有 $\Delta f_m = N^{(m-1)}\Delta f$, 这样做的目的是在频点不增加的情况下使频差区间变的更大. 但由二次差频方法可以得到式 (15) ~ (17), 从中可以发现两个二次差频之和也对应着距离关系.

$$\Delta\phi_{1,2} = \Delta\phi_{0,1} - \Delta\phi_{0,2} = 2p(\Delta f_1 - \Delta f_2) \frac{2}{c}R \quad (15)$$

$$\Delta\phi_{2,3} = \Delta\phi_{0,2} - \Delta\phi_{0,3} = 2p(\Delta f_2 - \Delta f_3) \frac{2}{c}R \quad (16)$$

$$\Delta\phi_{2,23} = \Delta\phi_{1,2} + \Delta\phi_{2,3} = \Delta\phi_{0,1} - \Delta\phi_{0,3} = 2p(\Delta f_1 - \Delta f_3) \frac{2}{c}R \quad (17)$$

从式 (17) 中可以看到两个二次差频之和实际上也是二次差频, 因此噪声的方差没有变大, 但是因为 $\Delta f_1 < \Delta f_2 < \Delta f_3$ [6], 所以对应的频差变大了. 因此可以通过二次差频之和作为一个中间变量来提高测距精度, 从而改善测距性能. 具体做法就是对相邻的两个二次频差之和也作一次距离解模糊, 然后下一个二次频差设为该二次频差之和的 N 倍, 而不是相邻二次频差的 N 倍. 这样频差区间就比传统的二次差频法变大了.

因为需要用到相邻两个二次频差之和作为中间变量来进行距离解模糊, 所以解模糊运算量提高了约一倍, 但这相对于通过 FFT 求信号相位的运算量来说是微不足道的. 图 3 是对于 4 个频点的频差组合法的频率设计图, 频率设计顺序如标号所注.

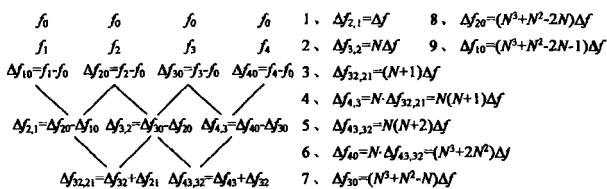


图 3 4 个频点的频差组合法频率设计图

设计过程为: 第一步由最大不模糊距离决定最小二次频差 $\Delta f_{2,1} = \Delta f$; 第二步由信噪比决定频差倍数 N ; 第三步

令 $\Delta f_{3,2} = N\Delta f$; 第四步将 $\Delta f_{32,21} = \Delta f_{3,2} + \Delta f_{2,1}$ 作为中间变量并进行距离解模糊. 第五步令 $\Delta f_{4,3} = N\Delta f_{32,21}$; 第六步对后续频点重复四、五步的类似操作; 第七步令最后一个一次频差为上一步频差的 N 倍, 即 $\Delta f_{40} = N\Delta f_{43,32}$; 第八步由 f_0 逆推出所有的频率 f_i . 对于 4 个频点以上的频率设计方法相同. 这样在相同的信噪比和频点数不增加的情况下, 频差组合法可以获得比二次差频法更大的频差区间, 因此测距性能得到了提高.

表 2 给出了在 3 至 6 个频点下的频差范围改善表. 其中 N 为频差倍数, 它是由信噪比决定的. 从中可以看出, 在信噪比很低的情况下, 频差组合法可以大大提高测距的性能. 这是因为信噪比太低, 频差倍数 N 就不能取的过大, 而当 N 较小时, 组合法的频差改善范围是很大的. 例如在频点数为 6 时, 如果取频差倍数 N 为 3, 则频差组合法的频差范围是二次相差法的 2.67 倍. 也就是说在相同环境下, 相同的测距精度频差组合法的测距范围是二次频差法的 2.67 倍; 或者说在相同的测距范围内, 频差组合法的测距精度是二次频差法的 2.67 倍, 这样的效果相当于增加了一个发射频点.

表 2 频差组合法相对于二次频差法的频差范围改善表

频点数	3	4	5	6
频差范围改善倍数	$\frac{N^2 + N}{N^2}$	$\frac{N^3 + 2N^2}{N^3}$	$\frac{N^4 + 3N^3 + N^2}{N^4}$	$\frac{N^5 + 4N^4 + 3N^3}{N^5}$

5 仿真分析

为了验证该算法的有效性, 通过 matlab 仿真来比较两种算法在不同情况下的测距性能. 首先来比较一下两种算法在相同测距范围内的测距精度. 设最大测距范围为 30000m, 目标作匀速直线运动, 运动方程为 $R = R_0 - vt$. 初始距离 $R_0 = 27000m$, 目标速度 $v = 300m/s$, 频差倍数 $N = 3$, 发射频点数为 4. 输入信噪比 SNR_{in} 由 $-14dB$ 到 $0dB$, 每个信噪比下作 300 次测距, 并统计每个信噪比下测距误差的方差. 图 4 给出了两种算法在不同信噪比下的测距误差示意图. 可以看出随着信噪比的降低, 两种算法的测距误差逐渐变大, 但是在相同信噪比下, 频差组合法的测距误差小于二次相差法, 接近理论值的 1.67 倍.

接着来比较一下在同样测距精度的时候, 两种算法的测距范围. 设两者的最大频差都为 121500Hz, 因此最小测距不模糊距离为 1234.57m. 目标作匀速直线运动, 运动方程为 $R = R_0 + vt$. 初始距离 $R_0 = 1000m$, 目标速度 $v = 300m/s$, 目标由 1000m 处飞往 60000m 处. 频差倍数 $N = 3$, 发射频点数为 4. 因为前面已经比较了不同信噪比下的测距性能, 所以设此时输入信噪比 SNR_{in} 为定值 $-5dB$. 图 5 给出了两种算法在相同测距精度下的测距范围. 可以看出二次差频法在距离超过 33333m 时已经不能正确解算出距离, 而在相同的信噪比和频点数的情况下, 频差组合法的测距范围

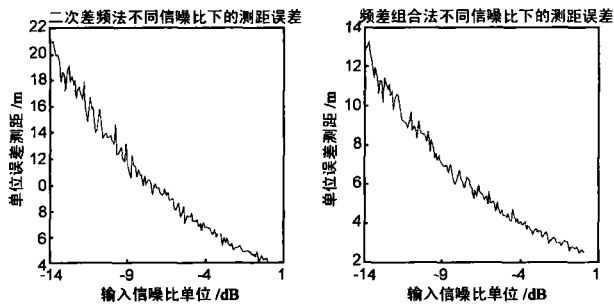


图 4 二次差频法和频差组合法不同信噪比下的测距误差的方差达到了 55555m.

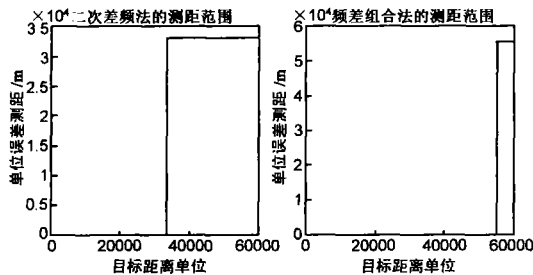


图 5 二次差频法和频差组合法相同测距精度下的测距范围比较

以上分别给出了二次差频法和频差组合法在不同情况下的测距性能示意图,从中可以看出在相同的测距范围内,频差组合法测距精度的改善与理论推导的值完全吻合.在相同的测距精度内,频差组合法的测距范围远远大于二次相差法,也符合理论推导值.

6 结论

本文从二次差频测距的基本原理出发,详细推导了二次差频精确测距对 FFT 输出信噪比的要求,给出了测距精度与输出信噪比之间的关系,提出了一种基于二次差频的新方法——频差组合法.在相同输入信噪比和不增加发射频点个数的前提下,大大提高了测距性能,尤其是在低信噪比下的测距性能.最后通过仿真分析验证了该算法的有效性,为多频连续波测距提供了新方法.

致谢 感谢蓝天在文章写作中给予的支持与帮助.

参考文献:

[1] WD Boyer. A duplex Doppler phase comparison radar [J].

IEEE Trans, 1963, ANE210(1): 27- 33.

[2] Merril I Skolnik. 雷达系统导论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992. 79- 81.

[3] 许邦建,等. 噪声下数字化多频连续波雷达的测距模糊问题[J]. 电子学报, 2002, 30(6): 903- 906.

XU Bang jian, et al. Ambiguity problem of digitized multiple frequency CW ranging radar under noisy condition [J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(6): 903- 906. (in Chinese)

[4] 许邦建,等. 测距雷达解距离模糊的两种快速算法[J]. 电子与信息学报, 2001, 23(9): 905- 911.

XU Bang jian, et al. Two fast algorithms of de-ambiguous technique in ranging radar[J]. Journal of Electronic and Information Technology, 2001, 23(9): 905- 911 (in Chinese)

[5] 袁俊泉,等. 一种提高数字化连续波雷达测距性能的新方法[J]. 信号处理, 2004, 20(1): 86- 89.

YUAN Jun-quan, et al. A new approach to improve performance of digitized CW ranging radar[J]. Signal Processing, 2004, 20(1): 86- 89. (in Chinese)

[6] 袁俊泉,等. 基于二次差频的多频连续波测距方法研究[J]. 电子学报, 2004, 32(12): 2056- 2058.

YUAN Jun-quan, et al. Study on multiple frequency CW ranging method based quadric difference frequency[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(12): 2056- 2058. (in Chinese)

作者简介:



张昆帆 男, 1979 年 1 月出生于江西省景德镇市. 现为解放军信息工程大学信息工程学院讲师、硕士. 研究方向为现代信号处理、雷达信号处理. E-mail: my_chocolate@163.com

陈 鑫 男, 1974 年 7 月出生于江苏如皋, 现为国防科技大学电子科学与工程学院讲师、博士. 主要研究方向为现代信号处理、雷达信号处理. E-mail: chengzhu@nudt.edu.cn